

# ПЛОСКИЕ ЗАДАЧИ ЭЛЕКТРОХИМИЧЕСКОГО ФОРМООБРАЗОВАНИЯ С УЧЕТОМ НЕКОТОРЫХ СВОЙСТВ ЭЛЕКТРОЛИТА И КАВИТАЦИИ

**Л.М.Котляр, Н.М.Миназетдинов**

*Камский политехнический институт  
г. Набережные Челны, пр. Мира, 68/19  
kotljars@kampi.kcn.ru*

**Введение.** При решении задач электрохимической размерной обработки (ЭХРО) металлов можно использовать метод гидродинамической аналогии, согласно которому плоское потенциальное электрическое поле заменяется фиктивным течением идеальной несжимаемой жидкости. При этом линиям тока будет соответствовать линия равного потенциала, а эквипотенциальным линиям – линии тока. Разности потенциалов соответствует расход жидкости через сечение потока [1].

Если ввести комплексный потенциал электростатического поля  $W = \varphi + i\psi$ , то вдоль линии  $B$  имеем  $\partial\psi/\partial n = V$ , где в случае гидродинамической интерпретации задач ЭХРО  $\vec{V}$  – вектор скорости фиктивного потока идеальной несжимаемой жидкости. Условие стационарности имеет вид

$$V = \cos \theta \quad (1)$$

и определяет годограф скорости указанного течения на неизвестной границе. Введем функцию  $dW/dz$ , где  $z = x + i \cdot y$ . Учитывая, что  $V = |dW/dz|$ , получим следующее представление условия стационарности

$$|dW/dz| = \cos \theta. \quad (2)$$

На основании условия стационарности в модели идеального процесса [2] задача ЭХРО металлов сводится к поиску одной из неизвестных границ в следующей задаче:

$$\Delta\phi = 0, \quad \phi_{\text{анод}} = 0, \quad \phi_{\text{катод}} = 1, \quad \left. \frac{\partial\phi}{\partial n} \right|_{\text{анод}} = \cos \theta. \quad (3)$$

При заданной форме катода-инструмента поиску подлежит форма стационарного анода, т. е. определяется неизвестная эквипотенциальная поверхность с потенциалом  $\phi_{\text{анод}} = 0$ , на которой выполняется заданное условие относительно нормальной производной потенциала. При проектировании катода – инструмента для заданной формы анода, т. е. границы, на которой известно распределение потенциала и его производной, поиску подлежит одна из поверхностей с заданным потенциалом.

Величина  $\eta$  выхода по току отражает протекание на анодной поверхности побочных по отношению к растворению металла процессов и равна доле заряда, затраченного только на анодное растворение металла. Величина  $\eta$  зависит от различных параметров процесса и, главным образом, от анионного состава и концентрации электролита, от химического состава и твердости металла, от плотности тока. При расчете электрохимического формообразования используют различные аналитические аппроксимации экспериментальных зависимостей величины  $\eta$  от плотности тока  $i$ . В работе [3] предложена аппроксимация вида

$$\eta = \begin{cases} 1, & i \leq i_{\min} \\ i_{\min}(1 - \eta_{\min})/i + \eta_{\min}, & i \geq i_{\min}, \\ & \text{для активизирующих электролитов;} \\ (i - i_{\text{пр}})\eta_{\max}/i, & i \geq i_{\text{пр}}. \\ & \text{для пассивирующих электролитов;} \end{cases} \quad (4)$$

где  $\eta_{\min}, \eta_{\max}$  – предельные значения выхода по току для активизирующих и пассивирующих электролитов,  $i_{\min}$  – значение плотности тока, начиная с которого нарушается линейная связь  $i$  и  $\eta$ ,  $i_{\text{пр}}$  – предельная плотность тока, при которой выход по току падает до нуля.

Рассмотрим условие стационарности

$$\eta(i_a) \cdot i_a = \frac{V_k \rho}{\varepsilon} \cos \theta \quad (5)$$

с учетом экспериментальной зависимости (4) выхода по току  $\eta$  от анодной плотности тока  $i_a$ , где  $V_k$  – скорость подачи катода,  $\varepsilon$  – электрохимический эквивалент,  $\rho$  – плотность обрабатываемого материала.

Введем в рассмотрение характерную плотность тока выражением

$$i_0 = \frac{V_k \rho}{\varepsilon} = \frac{\kappa (U - \Delta u)}{H_1}, \quad H_1 = \varepsilon \kappa \frac{U - \Delta u}{\rho V_k}, \quad (6)$$

где  $\kappa$  – удельная электропроводность,  $H_1$  – ширина межэлектродного зазора при стационарной ЭХРО для бесконечных параллельных границ электродов и  $\eta$ , равной единице. Затем, вводя безразмерную плотность тока  $j$  соотношением  $i = j \cdot i_0$  и учитывая (4), получим следующее выражение условия стационарности

$$j = a + b \cos \theta = \begin{cases} a = 0, b = 1, j \leq j_{\min} \\ a = -j_{\min} (1 - \eta_{\min}) / \eta_{\min}, b = 1 / \eta_{\min}, j \geq j_{\min}, \\ \text{для активирующих электролитов;} \\ a = j_{\text{пр}}, b = 1 / \eta_{\max}, j \geq j_{\text{пр}}, \\ \text{для пассивирующих электролитов;} \end{cases} \quad (7)$$

где  $j_{\min} = i_{\min} / i_0$ ,  $j_{\text{пр}} = i_{\text{пр}} / i_0$ . Электрический ток определяется напряженностью на анодной границе  $i_a = \kappa \partial u / \partial n_a$ , где  $u$  – потенциал поля, удовлетворяющий уравнению Лапласа. После замены  $\phi = u / (U - \Delta u)$ ,  $n = n_a / H_1$  безразмерная плотность тока выражается равенством

$$j = \frac{\partial \phi}{\partial n}. \quad (8)$$

На основании условия стационарности (7) задача ЭХРО металлов сводится к поиску одной из неизвестных границ в следующей задаче:

$$\Delta \phi = 0, \quad \phi_{\text{анно}} = 0, \quad \phi_{\text{катод}} = 1, \quad \left. \frac{\partial \phi}{\partial n} \right|_{\text{анод}} = a + b \cos \theta. \quad (9)$$

Концентрация электролита существенно влияет на анодное поведение металла. Влияние концентрации электролита на характеристику  $\eta(i)$  отмечено во всех растворах. В качестве примера приведем данные, полученные авторами работы [3]. На рис. 1 показана зависимость выхода по току от величины плотности тока для стали 5ХНМ в растворах состава NaCl, NaNO<sub>3</sub>

различной концентрации при условии, что характерная плотность тока  $i_0 = 100 \text{ A/cm}^2$ .

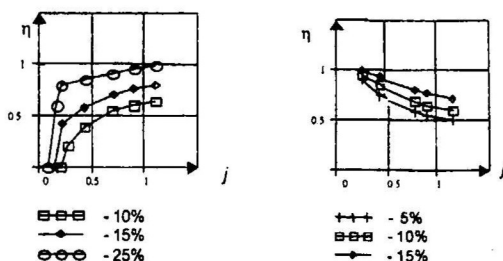


Рис. 1. Зависимость выхода по току от плотности анодного тока для стали 5XHM в электролитах различного состава и различной концентрации: а) NaCl; б) NaNO<sub>3</sub>.

Зависимость выхода по току  $\eta$  от плотности тока  $j$  согласно аппроксимации (7) имеет вид

$$\eta = \frac{1}{b} - \frac{a}{b \cdot j}. \quad (10)$$

Значения коэффициентов  $a$  и  $b$  аппроксимирующей функции (10) для стали 5XHM в растворах состава NaCl, NaNO<sub>3</sub> различной концентрации при условии, что характерная плотность тока  $i_0 = 100 \text{ A/cm}^2$ , представлены в таблице 1.

Табл. 1

NaCl	$a$	$b$	NaNO <sub>3</sub>	$a$	$b$
5%	-0,301	2,401	10%	0,21	1,28
10%	-0,205	1,865	15%	0,141	1,104
15%	-0,127	1,467	25%	0,077	0,931

**Электрохимическое формообразование двугранным катодом.** Рассмотрим задачу электрохимического формообразования двугранным катодом-инструментом с учетом переменного выхода по току. Схема сечения межэлектродного промежутка представлена на рис. 2а:  $ACB$  – граница катода,  $AB$  – искомая анодная граница. Ось абсцисс выбрана ортогонально

направлению подачи катода. Углы наклона граней катода к оси  $x$  равны  $-\alpha\pi$  и  $\beta\pi$ .

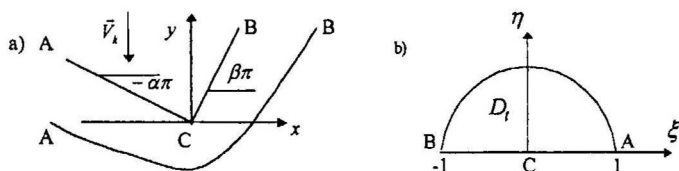


Рис. 2. а) схема межэлектродного промежутка;  
б) вспомогательная область.

На границах анода и катода имеют место следующие условия:

$$\phi|_{AB} = 0, \quad \phi|_{DCB} = 1, \quad (11)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial n}|_{AB} = a + b \cos \theta. \quad (12)$$

Задача состоит в нахождении границы  $AB$  таким образом, чтобы для комплексного потенциала  $W = \varphi + i\phi$  выполнялись условия (11) и (12).

Для решения задачи введем вспомогательное комплексное переменное  $t = \xi + i\eta$ , изменяющееся в области  $D_i$ , и будем искать функцию  $z(t)$ , конформно отображающую область  $D_i$  на область течения с соответствием точек, указанным на рис. 2а и 2б.

Функцию Жуковского

$$\chi(t) = \ln \left( \frac{dW}{dz} \right) = r - i\theta, \quad r = \ln V,$$

будем искать в виде  $\chi(t) = \chi_0(t) + f(t)$ , где  $\chi_0(t) = r_0 - i\theta_0$  — функция Жуковского для фиктивного течения идеальной жидкости по схеме (рис. 2), когда на анодной границе  $AB$  скорость является постоянной величиной, которую, не нарушая общности решения задачи, можно считать равной единице. Кроме того, функция  $\chi_0(t)$  имеет в области  $D_i$  те же особенности, что и функция  $\chi(t)$ , а  $f(t)$  — аналитическая в  $D_i$  и непрерывная в  $\bar{D}_i$  функция.

Функция  $f(t)$  имеет разложение вида  $f(t) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k \cdot t^k$ . Вещественные коэффициенты  $a_k$  определяются из условия (15).

Для численного решения задачи задаются геометрические параметры  $\alpha, \beta$  и параметры  $a, b$ , характеризующие свойства электролита (см. таблицу 1). Результаты расчета анодных границ для частного случая представлены на рис. 3.

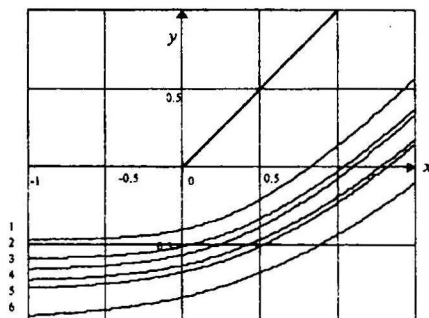


Рис. 3. Результаты расчета анодных границ,  $\alpha = 0$ ,  $\beta = 0.25$ .  
 1)  $a = -0.301$ ,  $b = 2.401$ ; 2)  $a = -0.205$ ,  $b = 1.865$ ; 3)  $a = 0.21$ ,  $b = 1.28$ ;  
 4)  $a = -0.127$ ,  $b = 1.467$ ; 5)  $a = 0.141$ ,  $b = 1.104$ ; 6)  $a = 0.077$ ,  $b = 0.931$

### Гидродинамика кавитационного течения в межэлектродном зазоре.

Одной из актуальных задач теории ЭХРО является изучение гидродинамики потока электролита. Особое место в ее изучении занимают кавитационные явления, которые могут возникать в местах с пониженным статическим давлением. Высокая скорость течения электролита в межэлектродном канале, начальная загазованность электролита, наличие газообразных продуктов реакций, происходящих при ЭХРО, приводят к образованию кавитационных полостей на границе электродов. Каверна может образоваться на катоде-инструменте в окрестности щели для подачи электролита, а также в окрестности кромок электрода. Каверна частично экранирует катод, что нарушает режим съема металла с обрабатываемой поверхности. В ряде случаев наличие каверны приводит к прекращению съема металла и короткому замыканию между электродами.

Для описания течения электролита используется модель идеальной несжимаемой жидкости. Полагается, что течение плоское, потенциальное, установившееся. Предполагается, что свободные поверхности каверн не размываются, вязкость жидкости не оказывает заметного влияния на геометрические и гидродинамические характеристики кавитационного течения. Считаем, что граница каверны – изолятор, что оправдано при учете слабой электропроводности газовой среды по сравнению с электролитом.

Решение задачи ЭХО с учетом кавитации сводится к определению двух аналитических функций: комплексного потенциала  $W_\Gamma(u) = \varphi_\Gamma + i\phi_\Gamma$  течения электролита и функции  $z(u)$ , конформно отображающей некоторую каноническую область  $D_u$  в плоскости вспомогательной комплексной переменной  $u$  на область течения  $D_z$  в физической плоскости  $z = x + iy$ . Вместо  $z(u)$  можно искать функцию Жуковского  $\chi_\Gamma(u)$  для течения электролита

$$\chi_\Gamma(u) = \ln \left( V_0 \frac{dz}{dW_\Gamma} \right) = r_\Gamma + i\theta_\Gamma, \quad r_\Gamma = \ln \left( \frac{V_0}{V_\Gamma} \right). \quad (13)$$

где  $V_\Gamma$  – модуль скорости,  $V_0$  – значение модуля скорости на границе каверны,  $\theta_\Gamma$  – угол наклона вектора скорости к оси  $x$ . Функция  $\chi_\Gamma(u)$  связана с  $W_\Gamma(u)$  и  $z(u)$  соотношением

$$\frac{dz}{du} = \frac{1}{V_0} \frac{dW_\Gamma}{du} \cdot e^{\chi_\Gamma(u)}. \quad (14)$$

На границе области  $D_z$  мнимая часть  $W_\Gamma(u)$  есть кусочно-постоянная функция. Это обстоятельство позволяет построить выражение производной  $dW_\Gamma/du$  методом особых точек. На полигональных участках границы катода мнимая часть функции  $\chi_\Gamma(u)$  кусочно-постоянная, а на границе каверны реальная часть  $\chi_\Gamma(u)$  равна нулю. На искомой анодной границе выполняется условие [4]

$$V_0 \exp(-r_\Gamma(u)) = (a + b \cos \theta_\Gamma) \frac{d\varphi_\Gamma}{d\varphi_3}, \quad (15)$$

где  $\varphi_3$  – безразмерный потенциал электростатического поля. Условие (15) обеспечивает выполнение условия стационарности (7).

Метод решения позволяет определить одновременно форму анодной границы и форму каверны.

**Задача ЭХРО с учетом кавитации в окрестности щели в симметричном полигональном катоде.** Рассмотрим плоскопараллельную задачу электрохимического формообразования по следующей схеме: электролит подается в рабочую зону через щель конечного размера между двумя секциями катода-инструмента. Правая симметричная часть сечения межэлектродного промежутка представлена на рис. 4а:  $SCB$  – граница катода,  $AB$  – анодная граница. Оба электрода-катода симметричны относительно линии  $AS$  и находятся на расстоянии  $2L$  друг от друга. Течение электролита в межэлектродном промежутке (МЭП) направлено от точки  $S$  к точке  $B$ . В точке  $C$  происходит отрыв потока электролита с поверхности катода с образованием каверны, замыкающейся на фиктивную пластинку  $DF$ , перпендикулярную грани  $BC$ . Начало координат выбрано в точке  $C$ . Вектор  $\vec{V}_k$  указывает направление подачи катода. Ось  $x$  выбрана ортогонально направлению подачи. Скорость течения электролита в окрестности точек  $S$  и  $B$  равна  $V_S$  и  $V_B$ , скорость на границе каверны постоянна и равна  $V_0$ . Ширина МЭП в точке  $B$  равна  $H_B$ .

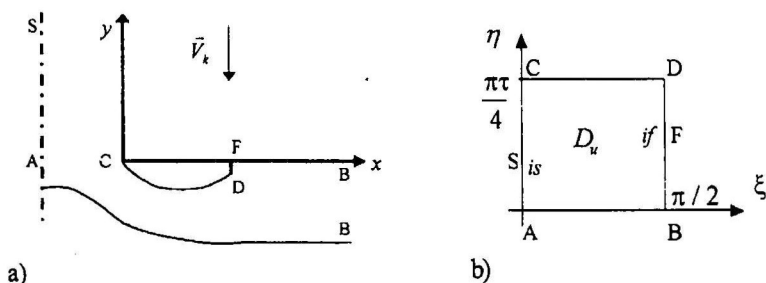


Рис. 4. а) схема межэлектродного промежутка;  
б) вспомогательная область

Для решения задачи введем вспомогательное комплексное переменное  $u = \xi + i\eta$ , изменяющееся в области  $D_u$  – прямоугольнике со сторонами  $\pi/2$  и  $\pi\tau/4$  ( $\tau = i|\tau|$ ) (рис. 4б), и будем искать функцию  $z(u)$ , конформно



отображающую область  $D_u$  на область течения с соответствием точек, указанным рис. 4а, 4б.

Будем искать функцию  $\chi_\Gamma(u)$  в виде суммы  $\chi_\Gamma(u) = \chi_0(u) + F(u)$ , где  $\chi_0(u) = r_0 + i\theta_0$  – функция Жуковского, дающая решение задачи о течении жидкости по рассматриваемой схеме при условии, что на границе  $AB$  выполняется условие  $\theta_0 = 0$ ,  $F(u) = \varepsilon + i\mu$  – аналитическая в  $D_u$  и непрерывная в  $\bar{D}_u$  функция. Функция  $F(u)$  имеет разложение вида

$$F(u) = 2 \sum_{n=1}^{\infty} c_n \operatorname{sh}(2n(u - \pi\tau/4)i).$$

Коэффициенты  $c_n$  определяются из условия (15). Для численного решения задачи задаются параметры  $a$ ,  $b$ , характеризующие свойства электролита, величина  $L$ , отношение скоростей  $V_0 / V_B$ . Расчет безразмерных координат точек анодной границы и границы каверны выполняется на основе соотношения (14).

**Электрохимическое формообразование бескавитационным катодом.** При проектировании электродов необходимо предусмотреть, чтобы электролит в межэлектродном промежутке протекал плавно, без резких поворотов. Среди комплекса предпринимаемых мер можно выделить операцию скругления острых кромок катода, при обтекании которых происходит отрыв потока электролита с поверхности катода, и возникают каверны.

Используя опыт решения задач, связанных с расчетом профилей турбинных лопаток авиационных двигателей, крыловых профилей и т. п. форму криволинейного участка, получаемого в результате сглаживания острой кромки катода, будем строить таким образом, чтобы значение скорости на этом участке катода было постоянным.

**Задача ЭХРО в окрестности щели в симметричном полигональном катодe.** Рассмотрим плоскопараллельную задачу электрохимического формообразования по следующей схеме: электролит подается в рабочую зону через щель конечного размера между двумя секциями катода-инструмента. Правая симметричная часть сечения межэлектродного промежутка представлена на рис. 4а:  $SCDB$  – граница катода,  $CD$  – криволинейный участок границы катода,  $AB$  – анодная граница.

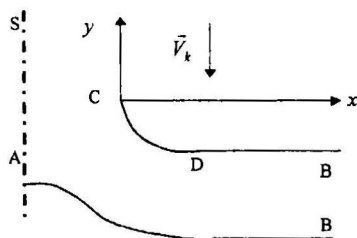


Рис. 5. Схема межэлектродного промежутка

Оба электрода-катода симметричны относительно линии  $AS$  и находятся на расстоянии  $2L$  друг от друга. Течение электролита в межэлектродном промежутке направлено от точки  $S$  к точке  $B$ . Скорость течения электролита в окрестности точек  $S$  и  $B$  равна  $V_S$  и  $V_B$ . Скорость на границе  $CD$  постоянна и равна  $V_0$ . Решение задачи выполняется аналогично предыдущему. На рис. 6 представлены результаты расчета анодной границы и спрофилированного участка катода для частного случая.

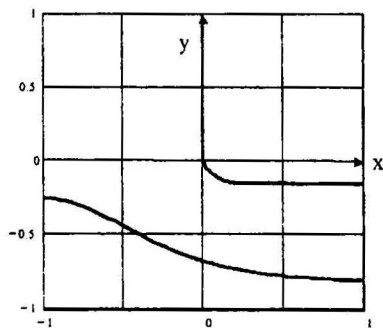


Рис. 6. Результаты расчета.  $a=0.21$ ,  $b=1.28$ ,  $H_S=1$ ,  $V_0/V_B=2$

## ЛИТЕРАТУРА

1. Каримов А.Х., Клоков В.В., Филатов Е.И. *Методы расчета электрохимического формообразования*. — Казань: Изд-во Казан. ун-та, 1990. — 386 с.

2. Давыдов А.Д., Козак Е. *Высокоскоростное электрохимическое формообразование*. – М.: Наука, 1990. – 271 с.

3. Седыкин Ф.В., Орлов Б.П., Матасов В.Ф. *Исследование анодного выхода по току с применением постоянного тока*. – В кн.: *Технология машиностроения*. – Тула, 1975. – Вып. 39. – С. 3–7.

4. Воронкова А.И., Котляр Л.М., Миназетдинов Н.М. *Исследование электрохимического формообразования с учетом гидродинамики кавитационного течения в зазоре*. – В кн.: *Динамика сплошных сред со свободными границами*. – Чебоксары, 1996. – С. 66–77.